Method for determining the position of an object

Patent number:

DE19616038

Publication date:

1997-10-30

Inventor:

WINNER HERMANN DIPL PHYS DR (DE); GAILLARD

ALAIN DIPL ING (DE); UHLER WERNER DIPL PHYS

DR (DE)

Applicant:

BOSCH GMBH ROBERT (DE)

Classification:

- international:

G01S17/06; G01S17/36; G01S7/491; G01S17/42;

G01S17/87; G01S17/00; G01S7/48; (IPC1-7):

G01S17/06

- european:

G01S17/06; G01S17/36

Application number: DE19961016038 19960423 Priority number(s): DE19961016038 19960423

Report

Report a data error here

Also published as:

WO9740404 (A1)

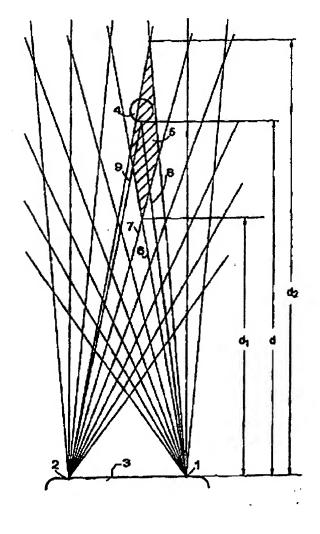
EP0895604 (A1)

EP0895604 (B1)

US6031600 (A1)

Abstract of **DE19616038**

A measurement process and device are disclosed for determining the position of an object with respect to a measurement device with an optical sender (1) which emits a light beam at a variable sending angle, and an angle-analysing optical receiver (2, 21-28) spaced apart from the sender. Resolution cells are formed by the angular resolutions of the sender and receiver. The resolution cell in which the object is located is deduced from the sending angle and from the angle at which the receiver (2) receives the radiation reflected by the object (reception angle). For this purpose, the light beam emitted by the sender is modulated. The phase difference between the modulation of the emitted light ray and the modulation of the received radiation is measured (42) and the position of the object within its resolution cell is calculated from the phase difference (36).



(19) BUNDESREPUBLIK

DEUTSCHLAND

® Offenlegungsschrift [®] DE 196 16 038 A 1

(51) Int. Cl.6:

G01S17/06



DEUTSCHES

PATENTAMT

Aktenzeichen: 196 16 038.3 Anmeidetag: 23. 4.96 Offenlegungstag: 30, 10, 97

(71) Anmelder:

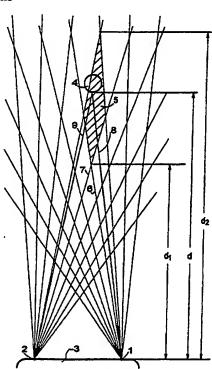
Robert Bosch GmbH, 70469 Stuttgart, DE

72) Erfinder:

Winner, Hermann, Dipl.-Phys. Dr., 76229 Karlsruhe, DE; Gaillard, Alain, Dipl.-Ing., 76133 Karlsruhe, DE; Uhler, Werner, Dipl.-Phys. Dr., 76646 Bruchsal, DE

Verfahren und Meßeinrichtung zur Bestimmung der Lage eines Objekts

Bei einem Verfahren und bei einer Meßeinrichtung zur Bestimmung der Lage eines Objekts in bezug auf eine Meßeinrichtung mit einem optischen Sender, der einen Lichtstrahl unter einem sich verändernden Sendewinkel emittiert, und mit einem vom Sender beabstandeten winkelauflösenden optischen Empfänger, wobei aus dem jeweiligen Sendewinkel und dem jeweiligen Winkel, unter dem der Empfänger von dem Objekt reflektierte Strahlung empfängt (Empfangswinkel), geschlossen wird, in welcher von durch die Winkelauflösung des Senders und des Empfängers gegebenen Auflösungszelle sich das Objekt befindet, wird der vom Sender emittierte Lichtstrahl moduliert. Die Phasendifferenz zwischen der Modulation des gesendeten Lichtstrahls und der Modulation der empfangenen Strahlung wird gemessen. Aus der Phasendifferenz wird die Lage des Objekts innerhalb der jeweiligen Auflösungszelle berechnet.



Beschreibung

Die Erfindung betrifft ein Verfahren und eine Meßeinrichtung zur Bestimmung der Lage eines Objekts in bezug auf eine Meßeinrichtung mit einem optischen Sender, der einen Lichtstrahl unter einem sich verändernden Sendewinkel emittiert, und mit einem vom Sender beabstandeten winkelauflösenden optischen Empfänger, wobei aus dem jeweiligen Sendewinkel und dem jeweiligen Winkel, unter dem der Empfänger von dem 10 Objekt reflektierte Strahlung empfängt (Empfangswinkel), geschlossen wird, in welcher von durch die Winkelauflösung des Senders und des Empfängers gegebenen Auflösungszelle sich das Objekt befindet.

Zur Bestimmung der Lage eines Objekts ist unter 15 anderem ein optisches Triangulationsverfahren nach der Gattung des Hauptanspruchs bekannt und beispielsweise beschrieben in: J.A. Marzalee, R.A. Myllyla: Performance test of an angular scan LED array-based rannal Society for Optical Engineering 2088 (1994) p. 59-68). Die Meßgenauigkeit solcher Verfahren kann bei hoher Winkelauflösung des Senders und des Empfängers recht genau sein, jedoch werden unter anderem aus Kostengründen Sender und Empfänger mit be- 25 gemessen werden. grenzter Winkelauflösung verwendet. Dadurch ergeben sich relativ große Auflösungszellen, deren Ausdehnung in longitudinaler Richtung - senkrecht zur Achse Empfänger/Sender - mit zunehmender Entfernung von der Meßeinrichtung größer wird.

Aufgabe der vorliegenden Erfindung ist es, ein einfach zu realisierendes optisches Triangulationsverfahren derart auszubilden, daß die Ortsauflösung der Messung wesentlich erhöht wird.

Verfahren dadurch gelöst, daß der vom Sender emittierte Lichtstrahl moduliert wird, daß die Phasendifferenz zwischen der Modulation des gesendeten Lichtstrahls und der Modulation der empfangenen Strahlung gemes-Objekts innerhalb der jeweiligen Auflösungszelle berechnet wird.

Durch das erfindungsgemäße Verfahren findet eine wesentliche Erhöhung der Ortsauflösung statt, insbezwischen Sender und Empfänger sind. Das erfindungsgemäße Verfahren hat ferner den Vorteil, daß es nur einen äußerst geringen Mehraufwand gegenüber den bekannten Triangulationsverfahren benötigt.

Das erfindungsgemäße Verfahren und die erfindungs- 50 gemäße Meßeinrichtung können für verschiedene Aufgaben eingesetzt und bezüglich ihrer Ausgestaltungen daran angepaßt werden. So eignen sie sich beispielsweise als Abstandswarner für Kraftfahrzeuge und für Überwachungszwecke.

Eine Weiterbildung des erfindungsgemäßen Verfahrens besteht darin, daß die Sendewinkel und die Empfangswinkel diskrete Werte aufweisen und daß die Auflösungszelle, in welcher sich ein Objekt befindet, für die fangswinkel aus einer gespeicherten Tabelle ausgelesen wird.

Diese Weiterbildung ermöglicht einerseits relativ einfache optische Sender und Empfänger und benötigt keine ausführlichen trigonometrischen Rechnungen.

Zur Ermittlung des Abstandes des Objekts der Meßeinrichtung ist bei einer ersten Ausführungsform dieser Weiterbildung vorgesehen, daß die Tabelle ferner die

Abstände d1 und d2 zwischen der Meßeinrichtung einerseits und dem nächsten und dem entferntesten Punkt der Auflösungszellen andererseits sowie diesen Punkten entsprechende Phasendifferenzen γ_1 und γ_2 enthält, daß aus der Tabelle für die bei Empfang der reflektierten Strahlung vorliegende Kombination aus Sende- und Empfangswinkel die Abstände d1 und d2 und die Phasendifferenzen γ_1 und γ_2 ausgelesen werden und daß aus den ausgelesenen Abständen und Phasendifferenzen und aus der gemessenen Phasendifferenz y der Abstand des Objekts von der Meßeinrichtung berechnet wird. Dabei erfolgt vorzugsweise die Berechnung des Abstandes d des Objekts nach der Gleichung d = $d_1+(d_2-d_1)\cdot(\gamma-\gamma_1)/(\gamma_2-\gamma_1).$

Bei einer zweiten Ausführungsform ist die Berechnung des Abstandes zwischen dem Objekt und der Meßeinrichtung dadurch möglich, daß die Tabelle ferner die Abstände d1 zwischen der Meßeinrichtung und dem jeweils nächsten Punkt der Auflösungszellen und diesen ge imaging sensor, Proc. of the SPIE — The Internatio- 20 Punkten entsprechende Phasendifferenzen γ1 enthalt und daß der Abstand des Objekts von der Meßeinrichtung nach der Gleichung $d = d_1 + (\gamma - \gamma_1) \cdot c/(4\pi \cdot f)$ berechnet wird, wobei c die Lichtgeschwindigkeit und f die Modulationsfrequenz ist und γ und γ_1 im Bogenmaß

> Eine Eindeutigkeit der Phasendifferenz kann bei dem erfindungsgemäßen Verfahren dadurch gewährt werden, daß die Modulation mit einer Frequenz erfolgt, die einer Wellenlänge von mindestens dem Vierfachen der 30 Länge der längsten zu erfassenden Auflösungszelle ent-

Bei einer erfindungsgemäßen Meßeinrichtung wird die Aufgabe dadurch gelöst, daß der Sender aus einer Sammellinse und einer Reihe von Lichtquellen besteht, Diese Aufgabe wird bei dem erfindungsgemäßen 35 die selektiv einschaltbar sind, daß der Empfänger aus einer weiteren Sammellinse und einer Reihe von optoelektrischen Wandlern besteht, wobei von den optoelektrischen Wandlern erzeugte Signale selektiv abfragbar sind, daß den Lichtquellen ein Modulationssignal sen wird und daß aus der Phasendifferenz die Lage des 40 zuführbar ist, daß das Modulationssignal und das jeweilige Ausgangssignal eines opto-elektrischen Wandlers einer Phasenvergleichsschaltung zuführbar sind und daß der Ausgang der Phasenvergleichsschaltung über einen Analog/Digital-Wandler mit dem Eingang eines sondere für Entfernungen, die größer als der Abstand 45 Mikrocomputers verbunden ist, der die Selektion der Lichtquellen und der opto-elektrischen Wandler steuert und das Ausgangssignal der Phasenvergleichsschaltung derart auswertet, daß aus der jeweils eingeschalteten Lichtquelle und dem opto-elektrischen Wandler, der jeweils von dem Objekt reflektierte Strahlung empfängt, geschlossen wird, in welcher von durch die Winkelauflösung des Senders und des Empfängers gegebenen Auflösungszelle sich das Objekt befindet, und daß aus der mit der Phasenvergleichsschaltung gemessenen Phasen-55 differenz die Lage des Objekts innerhalb der jeweiligen Auflösungszelle berechnet wird. Dabei ist insbesondere vorgesehen, daß die Lichtquellen lichtemittierende Dioden sind.

Ausführungsbeispiele der Erfindung sind in der jeweils vorliegende Kombination aus Sende- und Emp- 60 Zeichnung anhand mehrerer Figuren dargestellt und in der nachfolgenden Beschreibung näher erläutert. Es zeigt:

> Fig. 1 eine schematische Darstellung zur Erfassung eines Objekts durch einen Sender und einen Empfänger 65 nach dem erfindungsgemäßen Verfahren,

Fig. 2 eine schematische Darstellung und ein Blockschaltbild einer erfindungsgemäßen Einrichtung,

Fig. 3 Spannungszeitdiagramme zur Erläuterung der

Phasenvergleichsschaltung in der Meßeinrichtung in

Fig. 4 ein Diagramm zur Abhängigkeit der Ausgangsspannung der Phasenvergleichsschaltung von der Phasendifferenz und

Fig. 5 eine vereinfachte Darstellung einer Tabelle zur Auswertung des Sende- und des Empfangswinkels.

Gleiche Teile sind in den Figuren mit gleichen Bezugszeichen versehen.

Fig. 1 zeigt schematisch einen Sender 1 und einen 10 Empfänger 2, die in einem vorgegebenen Abstand an einer lediglich angedeuteten Meßeinrichtung 3 angeordnet sind. Die von dem Sender 1 und dem Empfänger 2 ausgehenden Linien stellen die Grenzen jeweils eines senden Empfangswinkels des Empfängers 2 dar. Bei einer Realisierung des Senders 1 und des Empfängers 2 mit jeweils einer Sammellinse und diskreten Lichtquellen bzw. opto-elektrischen Wandlern, wie es im Zusammenhang mit Fig. 2 später erläutert wird, können zwi- 20 schen den einzelnen divergierenden Sendestrahlen und den Empfangswinkeln jeweils Zwischenräume liegen. Da die zu erfassenden Objekte meistens größer als eine Auflösungszelle sind bzw. größer als die Zwischenräuerfindungsgemäßen Verfahrens auf.

Mit dem bekannten Verfahren kann lediglich festgestellt werden, daß ein Objekt 4 innerhalb mindestens einer Auflösungszelle 5 liegt. Mit zunehmendem Abstand von der Meßeinrichtung 3 werden diese Auflö- 30 sungszellen länger, so daß die Auflösung abnimmt. Mit dem bekannten Verfahren wird also lediglich ermittelt, daß der Abstand d des Objekts von der Meßeinrichtung 3 zwischen den Werten d1 und d2 liegt.

Durch die Modulation des vom Sender emittierten 35 Lichts und die Messung der Phasendifferenz kann die Laufzeitdifferenz und damit auch die Längendifferenz zwischen einer Strecke aus den gedachten Strahlen 6 und 7 und einer Strecke aus den Strahlen 8 und 9 bestimmt werden. Da es bei dem erfindungsgemäßen Ver- 40 fahren im wesentlichen auf die Verbesserung der bei großen Abständen vorliegenden Längenauflösung ankommt, kann bei dem erfindungsgemäßen Verfahren bei der Auswertung dieser Laufzeitdifferenz anstelle einer genauen trigonometrischen Berechnung ein von der 45 Meßeinrichtung zum Objekt und zurück laufender Strahl berücksichtigt werden. Die sich dann ergebenden einfachen geometrischen Zusammenhänge werden später erläutert.

Die schematische Darstellung gemäß Fig. 2 zeigt ei- 50 nen Sender mit einer Sammellinse 10 und mit acht lichtemittierenden Dioden 11 bis 18, die dicht nebeneinander in einer Reihe angeordnet sind. Der Empfänger umfaßt eine Sammellinse 20 und acht in einer Reihe angeordnete opto-elektrische Wandler 21 bis 28, insbesondere 55 Photodioden oder Phototransistoren.

Ein Demultiplexer 31 leitet die Ausgangsspannung einer Endstufe 32 sequentiell zu den einzelnen lichtemittierenden Dioden 11 bis 18 weiter. In entsprechender Weise ist ein Multiplexer 33 vorgesehen, der zeitsequen- 60 tiell jeweils eine der Photodioden 21 bis 28 mit dem Eingang eines Vorverstärkers 34 verbindet. Zur Modulation des vom Sender abgestrahlten Lichts wird der Endstufe 32 eine pulsierende Spannung zugeführt, deren Frequenz von der Größe der Auflösungszellen abhängt, die wiederum von dem Abstand zwischen Sender und Empfänger und dem Meßbereich der Meßeinrichtung abhängig ist. Bei Abständen von einigen Dezime-

tern und Meßbereichen bis zu 10m kommen Frequenzen im Bereich von 10 MHz bis 100 MHz in Frage. Die der Endstufe 32 zugeführten Impulse werden von einem Taktgenerator 35 erzeugt, der wiederum von einem Mi-5 kroprozessor 36 gesteuert wird.

Um Phasendifferenzen zwischen der Modulation des gesendeten und des empfangenen Lichts messen zu können, wird ein Referenzsignal benötigt, dessen Phasenlage unabhängig von dem jeweiligen Abstand ist. Dieses wird bei dem Ausführungsbeispiel dadurch erzeugt, daß das Ausgangssignal des Taktgenerators über eine weitere Endstufe 37, eine weitere lichtemittierende Diode 38, einen Lichtleiter 39, eine Photodiode 40 und einen Vorverstärker 41 geleitet wird. Die Ausgangssidivergierenden Strahls des Senders bzw. eines aufzulö- 15 gnale Se und Ss der Vorverstärker 34 und 41 werden einem Phasenvergleicher zugeführt, der aus einem Multiplizierer 42 und einem Tiefpaß 43 besteht.

Die Funktion des Phasenvergleichers wird anhand der Diagramme nach Fig. 3 erläutert, wobei die Signale S_s und S_e eine Phasendifferenz y aufweisen. Diese wird als die zu messende Phasendifferenz zwischen der Modulation am Sender und der Modulation am Empfänger unter Berücksichtigung der Laufzeiten in den verschiedenen Schaltungen und im Lichtleiter 39 weiterverarme, tritt hierdurch jedoch keine Beeinträchtigung des 25 beitet. Das Produkt Se Ss weist ein Tastverhältnis auf, das sich mit der Phasendifferenz γ ändert. Am Ausgang des Tiefpasses 43, der als Integrator wirkt, steht dann somit eine Spannung Uy zur Verfügung, die außer einer leichten Welligkeit die jeweilige Phasendifferenz darstellt. Fig. 4 stellt die Spannung Uy als Funktion der Phasendifferenz dar.

> Die Spannung Uy wird über einen A/D-Wandler 44 einem Eingang des Mikrocomputers 36 zugeleitet. Der Mikrocomputer 36 und damit auch die gesamte Meßeinrichtung 3 weist einen Ausgang 45 auf, an welchem Daten, welche die Lage von Objekten angeben, zur Verfügung stehen und zu entsprechenden Ausgabeeinrichtungen (beispielsweise zu einem Display) oder zu Verarbeitungseinrichtungen weitergeleitet werden können.

> Der Mikrocomputer 36 steuert ferner den Demultiplexer 31 und den Multiplexer 33 derart, daß das von jeder lichtemittierenden Diode ausgesendete und von einem Objekt reflektierte Licht von jeder der Photodioden 21 bis 28 "abgefragt" wird.

Fig. 5 zeigt eine im Speicher des Mikrocomputers 36 (Fig. 2) abgelegte Tabelle, in welcher unter Adressen, welche die Kombinationen aus Sendewinkel und Empfangswinkel darstellen, der Abstand d1 und der Phasenwinkel γ₁ abgelegt sind. Empfängt beispielsweise die Photodiode 22 reflektiertes Licht, während die lichtemittierende Diode 12 leuchtet, so wird für d₁ der Wert d_1 (1222) und für γ_1 der Wert γ_1 (1222) ausgelesen. Diese Werte können vorausberechnet und bei jeder Meßeinrichtung einer Serie gespeichert oder in einem Eichvorgang je individueller Meßeinrichtung ermittelt und gespeichert werden. Die Entfernung des Objekts 4 (Fig. 1) kann dann nach der Gleichung $d = d_1 + (\gamma - \gamma_1) \cdot c/(4\pi \cdot f)$ berechnet werden.

Bei optischen Meßverfahren, die auf dem Aussenden von Licht und Empfangen von reflektierten Licht beruhen, wird häufig das ausgesendete Licht moduliert, um Fremdlichteinflüsse zu unterdrücken. Dies kann bei dem erfindungsgemäßen Verfahren ebenfalls erfolgen. Sollte hierzu die erfindungsgemäße Modulation nicht ausreichen, so kann eine weitere Modulation durchgeführt werden, beispielsweise in einem wesentlich niedrigeren Frequenzbereich.

Patentansprüche

1. Verfahren zur Bestimmung der Lage eines Objekts in bezug auf eine Meßeinrichtung mit einem optischen Sender, der einen Lichtstrahl unter einem sich verändernden Sendewinkel emittiert, und mit einem vom Sender beabstandeten winkelauflösenden optischen Empfänger, wobei aus dem jeweiligen Sendewinkel und dem jeweiligen Winkel, unter dem der Empfänger von dem Objekt reflektierte 10 Strahlung empfängt (Empfangswinkel), geschlossen wird, in welcher von durch die Winkelauflösung des Senders und des Empfängers gegebenen Auflösungszelle sich das Objekt befindet, dadurch gekennzeichnet, daß der vom Sender emittierte 15 Lichtstrahl moduliert wird, daß die Phasendifferenz zwischen der Modulation des gesendeten Lichtstrahls und der Modulation der empfangenen Strahlung gemessen wird und daß aus der Phasendifferenz die Lage des Objekts innerhalb der jewei- 20 ligen Auflösungszelle berechnet wird.

2. Verfahren nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Sendewinkel und die Empfangswinkel diskrete Werte aufweisen und daß die Auflösungszelle, in welcher sich ein Objekt befindet, 25 für die jeweils vorliegende Kombination aus Sende- und Empfangswinkel aus einer gespeicherten

Tabelle ausgelesen wird.

3. Verfahren nach Anspruch 2, dadurch gekennzeichnet, daß die Tabelle ferner die Abstände d_1 und d_2 zwischen der Meßeinrichtung einerseits und dem nächsten und dem entferntesten Punkt der Auflösungszellen andererseits sowie diesen Punkten entsprechende Phasendifferenzen γ_1 und γ_2 enthält, daß aus der Tabelle für die bei Empfang der 35 reflektierten Strahlung vorliegende Kombination aus Sende- und Empfangswinkel die Abstände d_1 und d_2 und die Phasendifferenzen γ_1 und γ_2 ausgelesen werden und daß aus den ausgelesenen Abständen und Phasendifferenzen und aus der gemessenen Phasendifferenz γ der Abstand des Objekts von der Meßeinrichtung berechnet wird.

4. Verfahren nach Anspruch 3, dadurch gekennzeichnet, daß die Berechnung des Abstandes d des Objekts nach der Gleichung $d = d_1 + (d_2 - d_1) \cdot (\gamma - 45)$

 γ_1)/($\gamma_2 - \gamma_1$) erfolgt.

5. Verfahren nach Anspruch 2, dadurch gekennzeichnet, daß die Tabelle ferner die Abstände d_1 zwischen der Meßeinrichtung und dem jeweils nächsten Punkt der Auflösungszellen und diesen 50 Punkten entsprechende Phasendifferenzen γ_1 enthält und daß der Abstand d des Objekts von der Meßeinrichtung nach der Gleichung $d = d_1 + (\gamma - \gamma_1) \cdot c/(4\pi \cdot f)$ berechnet wird, wobei c die Lichtgeschwindigkeit und f die Modulationsfrequenz ist 55 und γ und γ_1 im Bogenmaß gemessen werden.

6. Verfahren nach einem der vorhergehenden Ansprüche, dadurch gekennzeichnet, daß die Modulation mit einer Frequenz erfolgt, die einer Wellenlänge von mindestens dem Vierfachen der Länge 60 der längsten zu erfassenden Auflösungszelle ent-

spricht.

7. Meßeinrichtung zur Bestimmung der Lage eines Objekts in bezug auf die Meßeinrichtung, dadurch gekennzeichnet, daß der Sender (1) aus einer Sammellinse (10) und einer Reihe von Lichtquellen (11 bis 18) besteht, die selektiv einschaltbar sind, daß der Empfänger (2) aus einer weiteren Sammellinse

(20) und einer Reihe von opto-elektrischen Wandlern (21 bis 28) besteht, wobei von den opto-elektrischen Wandlern (21 bis 28) erzeugte Signale selektiv abfragbar sind, daß den Lichtquellen (11 bis 18) ein Modulationssignal zuführbar ist, daß das Modulationssignal und das jeweilige Ausgangssignal eines opto-elektrischen Wandlers (21 bis 28) einer Phasenvergleichsschaltung (42, 43) zuführbar sind und daß der Ausgang der Phasenvergleichsschaltung (42, 43) über einen Analog/Digital-Wandler (44) mit dem Eingang eines Mikrocomputers (36) verbunden ist, der die Selektion der Lichtquellen (11 bis 18) und der opto-elektrischen Wandler (21 bis 28) steuert und das Ausgangssignal der Phasenvergleichsschaltung (42, 43) derart auswertet, daß aus der jeweils eingeschalteten Lichtquelle (11 bis 18) und dem opto-elektrischen Wandler (21 bis 28), der jeweils von dem Objekt (4) reflektierte Strahlung empfängt, geschlossen wird, in welcher von durch die Winkelauflösung des Senders (1) und des Empfängers (2) gegebenen Auflösungszelle sich das Objekt (4) befindet, und daß aus der mit der Phasenvergleichsschaltung (42, 43) gemessenen Phasendifferenz die Lage des Objekts (4) innerhalb der jeweiligen Auflösungszelle berechnet wird.

8. Meßeinrichtung nach Anspruch 7, dadurch gekennzeichnet, daß die Lichtquellen (11 bis 18) licht-

emittierende Dioden sind.

Hierzu 3 Seite(n) Zeichnungen

THIS PAGE BLANK (USPTO)

- Leerseite -

Nummer: Int. Cl.⁶: DE 196 16 038 A1 G 01 S 17/06 30. Oktober 1997

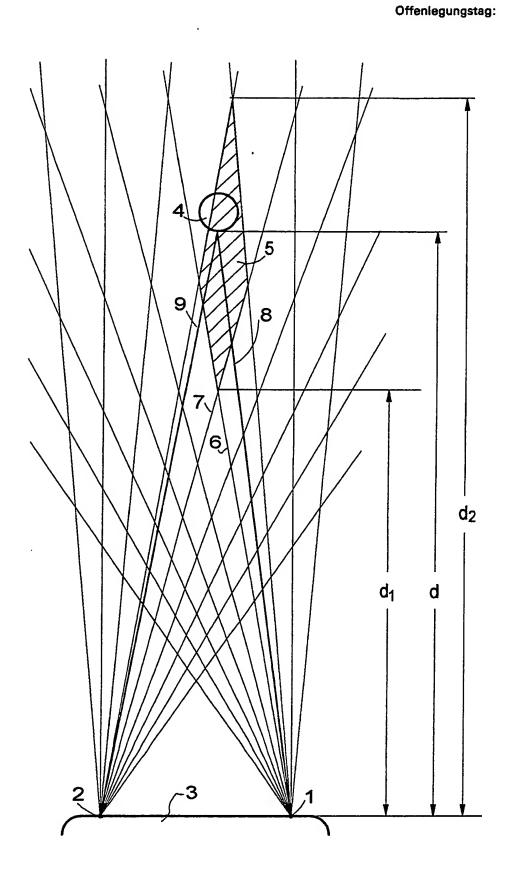
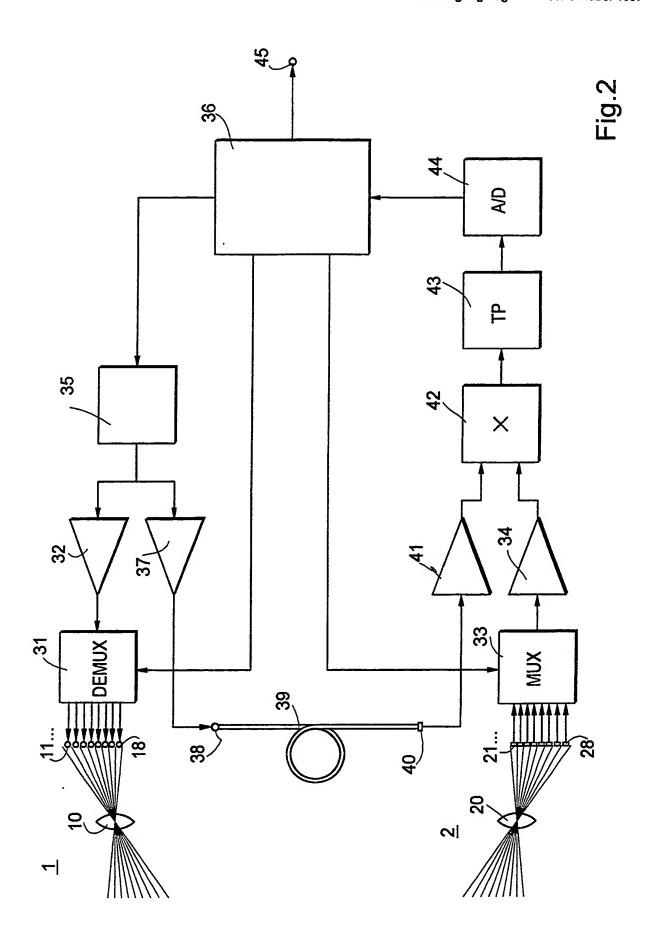


Fig.1

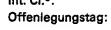
Nummer: Int. Cl.⁶:

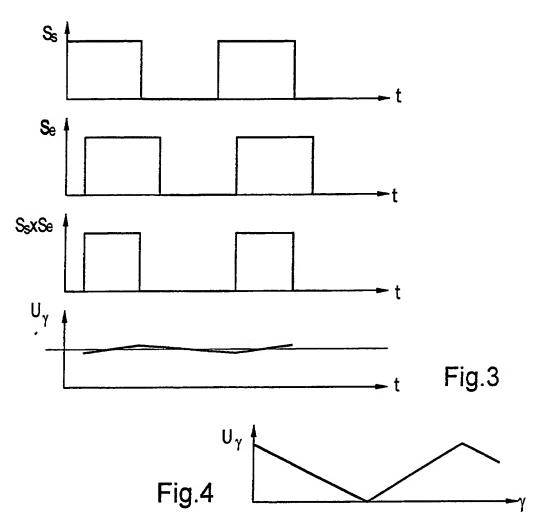
Offenlegungstag:

DE 196 16 038 A1 G 01 S 17/06 30. Oktober 1997



Nummer: Int. Cl.⁶: DE 196 16 038 A1 G 01 S 17/06 30. Oktober 1997





S	Е	d ₁	γ ₁
11	21	d ₁ (11,21)	γ ₁ (11,21)
11	22	d ₁ (11,22)	γ1 (11,22)
11	23	d ₁ (11,23)	γ1 (11,23)
			1
12	21	d ₁ (12,21)	γ ₁ (12,21)
12	22	d ₁ (12,22)	γ1 (12,22)
			-
		ļ	
		1	
]	
18	28	d ₁ (18,28)	γ1(18,28)

Fig.5